黒木玄 **Gen Kuroki**
@genkuroki

$b < p$ の場合には、極限に寄与するのは $k/n \sim b$ の項だけになります。なぜならば n が大きくなると k/n が $1/2$ に最も近い項以外の確率は相対的に急激に小さくなるからです。だから、$k_n/n \sim b$ の仮定のもとで

$$\frac{1}{n}\log\left(\binom{n}{k_n}\frac{1}{2^n}\right)$$

の極限を求めればよいわけです。区分求積法に帰着すれば大学入試レベルだと思います。もちろん、階乗にStirlingの公式を代入してから、k_n に nb を代入して極限を求めてもよい。結果は

$$-b\log\frac{b}{1/2} - (1-b)\log\frac{1-b}{1/2}$$

になります。これは相対エントロピー(Kullback-Leibler情報量の -1 倍)の特別な場合の形をしています。

上の極限を求める問題は相対エントロピーとKullback-Leibler情報量に関する入門的な問題になっており、結果はSanovの定理の特別な場合になっています。

2017年04月29日 12:50 · Web · 1 · 3 · Webで開く

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki on Apr 29

もちろん、以上は完全に専門外の話題。だから、気楽に雑談できる。

Kullback-Leibler情報量や相対エントロピーについて知りたい人は結構いると思うのですが、そういう人はいきなり一般的な場合を扱うのではなく、二項分布のケースに関する以上の計算をやってみるとよいと思います。

より一般の場合もこの問題と同様のことが成立しているわけです。そのような一般化が、個人的に「大数の法則」「中心極限定理」の次の教養になるべきだと思っている「Sanovの定理」です。

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki on Apr 30

mathtod.online/@genkuroki/2797... の訂正

「$b < p$ の場合に」における p は $1/2$ です。最初は一般の二項分布で書いて後から修正したのでこういう誤植が残ってしまいました。